

Grudzień 2019 r.

**Pomoce dydaktyczne dla studentów opracowane
przez dr hab. Hannę Grajek, prof. UWM**

Wyznaczanie gęstości ciał stałych metodą hydrostatycznego ważenia.

Definicja gęstości ρ : gęstością (ρ) nazywamy stosunek masy ciała do jego objętości

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad [\rho] = \left[\frac{kg}{m^3} \right] \quad (1)$$

ρ – gęstość ciała

m – masa ciała (masa jest miarą bezwładności ciała)

V – objętość ciała badanego

Gęstość jest wielkością charakterystyczną dla danego materiału, zależy więc od rodzaju materiału i od temperatury.

Definicja ciężaru właściwego ciała: Ciężarem właściwym (γ) ciała nazywamy stosunek ciężaru ciała do jego objętości.

$$\gamma = \frac{P}{V}, \quad [\gamma] = \left[\frac{N}{m^3} \right] \quad (2)$$

γ – ciężar właściwy ciała

P – ciężar ciała

V – objętość

Ciężar ciała (P) jest to siła z jaką Ziemia przyciąga dane ciało; siła, jaka nadaje ciału przyspieszenie ziemskie g:

$$P = mg \quad (3)$$

$$[P] = \left[kg \frac{m}{s^2} \right] = [N]$$

P – ciężar ciała

m – masa ciała

g – przyspieszenie ziemskie (9.81 m/s^2)

Związek między gęstością a ciężarem właściwym:

$$\gamma = \frac{P}{V} = \frac{m g}{V} = \rho g, \quad \boxed{\gamma = \rho g} \quad (4)$$

Wyznaczenia gęstości ciała stałego metodą hydrostatycznego ważenia.

Wyprowadzenie wzoru na gęstość ciała.

Mamy ciało stałe o nieregularnym kształcie (nie będącym żadną bryłą geometryczną). Aby wyznaczyć gęstość tego ciała musimy znać jego masę i objętość. Masę możemy wyznaczyć ważąc ciało na wadze laboratoryjnej. Natomiast objętości nie możemy wyznaczyć z pomiarów wymiarów ciała ponieważ jest to nieregularna bryła.

Moglibyśmy zanurzyć ciało w menzurce z wodą i odczytać na podziałce ile wody wyparło ciało. Objętość wody wypartej jest równa objętości ciała. Jednak taki pomiar jest obarczony bardzo dużym błędem za względu na menisk jaki tworzy woda i małą dokładność podziałki odczytu (jedna kropla wody wkroplona do menzurki nie zmieniłaby na oko odczytu, a przecież jedna kropla to duża objętość, a więc duży błąd pomiaru). Ponieważ chcemy wyznaczyć gęstość z dużą dokładnością (chcemy otrzymać wartość gęstości porównywalną do danych w tablicach matematyczno-fizycznych), to musimy do wzoru w miejsce objętości podstawić jakąś wielkość, którą można by wyznaczyć z bardzo dużą dokładnością. Dlatego do wyznaczenia gęstości zastosowana będzie metoda hydrostatycznego ważenia oparta na prawie Archimedesesa.

Szukamy gęstości ciała, $\rho = \frac{m}{V}$. Gęstość jest związana z ciężarem właściwym. Wygodniej nam będzie wyprowadzić wzór startując ze wzoru na ciężar właściwy:

$$\gamma = \frac{P}{V}.$$

Ciężar ciała możemy znaleźć ważąc ciało, a objętość wyznaczamy przy zastosowanie prawa Archimedesesa.

Prawo Archimedesesa: na każde ciało zanurzone w płynie działa siła wyporu F_w skierowana do góry, równa ciężarowi płynu wypartego przez to ciało. (Przez płyn rozumiemy ciecz lub gaz).

Prawo Archimedesesa możemy zapisać w postaci:

$$\boxed{F_w = \text{ciężarowi cieczy wypartej (w naszym przypadku wody)}}$$

$$F_w = V \cdot \gamma_w, \quad V - \text{objętość zanurzonej części ciała równa} \\ \text{objętości wypartej cieczy} \quad (5)$$

Siła wyporu F_w jest równa ciężarowi ciała w powietrzu (P) minus ciężar ciała w wodzie (Q):

$$F_w = P - Q .$$

Natomiast ciężar wypartej wody równa się $\gamma_w V$ (gdzie: γ_w – jest ciężarem właściwym wody, a V – objętością wody wypartej przez ciało w niej zanurzone)

Te wielkości wstawiamy do wzoru (5) w ramce i otrzymujemy:

$$P - Q = \gamma_w V \quad (6)$$

Objętość wypartej wody V jest równa objętości zanurzonego ciała to ze wzoru (6) możemy znaleźć objętość ciała badanego V :

$$V = \frac{P - Q}{\gamma_w}$$

i podstawić do wzoru na ciężar właściwy ciała: $\gamma = \frac{P}{V}$

$$\gamma = \frac{P}{V} = \frac{P}{\frac{P - Q}{\gamma_w}} = \frac{P}{P - Q} \gamma_w$$

gdzie: γ - ciężar właściwy badanego ciała, γ_w - ciężar właściwy wody.

Przechodzimy do gęstości podstawiając zależność $\gamma = \rho g$ za γ i γ_w :

$$\rho g = \frac{P}{P - Q} \rho_w g ,$$

Następnie podstawiamy: $P = m_c g$, $Q = m_{cw} g$, gdzie $m_c g$ – ciężar ciała w powietrzu, $m_{cw} g$ – ciężar ciała w wodzie i otrzymujemy:

$$\rho = \frac{P}{P - Q} \rho_w = \frac{m_c g}{m_c g - m_{cw} g} \rho_w = \frac{m_c}{m_c - m_{cw}} \rho_w$$

$$\rho = \frac{m_c}{m_c - m_{cw}} \rho_w \quad (7)$$

Otrzymaliśmy wzór na gęstość ciała badanego, którą możemy obliczyć wyznaczając masy z bardzo dużą dokładnością - do 0,001g

Wykonanie ćwiczenia.

1. Ważymy badane ciało – otrzymujemy masę ciała m_c .
2. Stawiamy podstawkę nad szalkę wagi, ustawiamy na niej zlewkę z wodą i zanurzamy w niej zawieszona na wadze (na nitce) badane ciało; czyli ważymy ciała zanurzone w wodzie. Otrzymujemy - m_{cw}
3. Z tablic odczytujemy gęstość wody. Wszystkie otrzymane wartości podstawiamy do wzoru (7) i obliczamy gęstość badanego ciała.
4. Wyniki zestawiamy w tabelce.

Badane ciało	m_c	m_{cw}	ρ_w	ρ
Jednostka SI	[kg]	[kg]	[kg/m ³]	[kg/m ³]